



8. *Pedagogicheskaya psikhologiya : uchebnik dlya studentov vysshikh uchebnykh zavedeniy* (Pedagogical psychology: the study guide for students of universities). Ed. by N. V. Klyueva. Moscow, 2003. 400 p. (in Russian).
9. Obukhova L. F. *Detskaya (vozrastnaya) psikhologiya: uchebnik* (Child (age) psychology. The study guide). Moscow, 1996. 374 p. (in Russian).
10. Aleksandrova E. A. *Pedagogicheskoe soprovozhdenie samoopredeleniya starshikh shkol'nikov* (The pedagogical accompaniment of upper-form pupils' self-determination). Moscow, 2010. 336 p. (in Russian).
11. Starodubov V. I., Tihomirov A. V. *Social'naja bezopasnost' zdavoohranenija* (Social security health). *Glavnyj vrach : hozjajstvo i pravo* (Chief physician: economy and law), 2009, no. 2, pp. 32–37 (in Russian).
12. Tubel'skij A. N., Kukushkin M. E., Starostenkova M. V. *Novaja model' obrazovanija starshklassnikov : opyt sozdaniya* (New model of education high school students: the experience of creating). Moscow, 2011. 144 p. (in Russian).
13. Korchak Ya. *Kak lyubit' rebenka* (How to love a child). Moscow, 1980. 482 p. (in Russian, trans. from Polish).

УДК 51(07)

ПРОПЕДЕВИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В 5–6-х КЛАССАХ КАК ОСНОВА РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТИ ШКОЛЬНИКА

М. Б. Виситаева, М. И. Зайкин

Виситаева Марет Балаудиновна – старший преподаватель, кафедра физики и математики, Чеченский институт повышения квалификации работников образования, Грозный, Чеченская Республика, Россия
E-mail: maretvis@rambler.ru

Зайкин Михаил Иванович – доктор педагогических наук, профессор, заведующий кафедрой математики, теории и методики обучения математики, Арзамасский государственный педагогический институт, Россия
E-mail: mzaykin@yandex.ru

Обсуждается проблема изучения пропедевтики в геометрии в контексте развития личности школьника. Приведены данные анализа концепций, поддерживающих интегрированное изучение стереометрии и планиметрии. Представлена авторская схема изучения приложений пропедевтики в контексте развития личности школьника, при этом используется понятие «взаимопроницающие фигуры», сформулированное И. С. Якиманской для плоских (двухмерных) фигур, уточненное авторами для трех случаев (одномерных, двухмерных и трехмерных фигур). На основе учета отличия учащихся в подходе к решению геометрической задачи представлены задачи: 1) на воображение без опоры на восприятие; 2) на воображение с опорой на восприятие. Авторы приходят к выводу, что без базовой геометрической подготовки невозможно достичь высокого уровня образования, в силу этого расширяется круг школьников, для которых математика, в частности геометрия, становится профессионально значимым предметом.

Ключевые слова: пропедевтика в геометрии, дидактические блоки, взаимопроницающие фигуры, аналогия, левое и правое полушарие, открытые задачи, мотивация, зона актуального и ближайшего развития, личность школьника.

Введение

По мнению ряда исследователей и согласно Федеральному государственному образовательному стандарту второго поколения (ФГОС) про-



педевтическое изучение геометрического материала, основанное на интегрированном изучении курсов стереометрии и планиметрии, становится реальной необходимостью в контексте развития личности школьника.

Развернувшийся в последние годы процесс обновления содержания общего образования находит выражение не только в создании новых нетрадиционных предметов – экологии, экономики, риторики и т. д., – но и в разработке и реализации новых подходов в преподавании базовых дисциплин, прочно утвердившихся в учебном плане. Среди школьных предметов эти подходы осуществляются и в преподавании такого предмета, как геометрия, в частности в его пропедевтическом курсе.

Теоретико-концептуальные основания изучения пропедевтики в геометрии в контексте развития личности школьника

Проблема изучения пропедевтического курса геометрии, основанного на фузионистском подходе (фузионизм подразумевает слитное изучение разделов, в данном случае – двух частей геометрии – планиметрии и стереометрии), не нова. Упомянул о нем еще персидский мыслитель Ибн Сина Абу Али Хусейн ибн Абдаллах (Авиценна: 980 – 1037), слитное изучение свойств плоских и пространственных фигур поддерживал и французский математик XVIII в. Ж. Даламбер. *Пропедевтика* (от греч. προπαιδείω – предварительно обучаю) – введение в какую-либо науку, предварительный, вводный курс, систематически изложенный в сжатой и элементарной форме, предшествующий более глубокому изучению предмета.



Анализируя математическую, педагогическую и методическую литературу, учитывая личный опыт работы в школе, мы пришли к выводу, что традиционное изучение школьного курса геометрии – по разделам планиметрии и стереометрии – имеет ряд недостатков. Прежде всего, раздельное изучение свойств фигур на плоскости и в пространстве не позволяет ученику увидеть многих общих закономерностей геометрии; приложения планиметрии искусственны или слишком упрощены, если не отражают в должной мере связь геометрии с окружающим миром, тем более что многое об окружающем мире изучается рано, параллельно с курсом геометрии 5–9 классов [1].

На эффективность совместного изучения планиметрического и стереометрического материалов указывал Г. Д. Глейзер [2]. Разделяет его точку зрения В. А. Далингер. А. А. Столяр [3] считал, что геометрия изолирована от остальных математических дисциплин; Г. Фройденталь [4] отмечал, что если изучение геометрии начинается с восприятия пространства, то она тесно связана с действительностью [5]. Фузионизм поддерживал и всемирно известный математик, автор неевклидовой геометрии – Н. И. Лобачевский [6], написавший первый учебник «Геометрия», который историки назвали одним из первых курсов геометрии, он основан на идее фузионизма.

Мы живем в пространстве трех измерений, и плоскостные (двухмерные), а тем более линейные (одномерные) геометрические образы получаются лишь в результате некоего абстрагирования. Этот первичный характер трехмерных пространственных образов и вторичный характер двухмерных плоскостных и одномерных линейных наводит на мысль отказаться от искусственного разделения геометрии на планиметрию и стереометрию и изучать обе части геометрии слитно. В окружающем человека реальном пространстве, как отмечает И. С. Якиманская, «нет ни одного плоского объекта, изучаемого в планиметрии» [7, с. 114].

В пользу взаимосвязанного изучения свойств плоских и пространственных фигур говорит и то обстоятельство, что в литературе за последнее время все чаще встречается подобный материал, включенный в курс планиметрии различными авторами. Но как показывает практика обучения геометрии, все эти возможности, предлагаемые учителю, не смогут заменить последовательного изучения курса геометрии в основной школе, основанного на интегрированном изучении планиметрии и стереометрии.

Главное при изучении пропедевтического курса – это показать красоту геометрии, её уникальность в системе обучения школьников. Практика обучения математике и специальные исследования говорят о том, что интерес обучающихся к изучению геометрии отличается от

интереса к изучению алгебры. В первую очередь объяснением тому является функциональная асимметрия полушарий головного мозга. Правое и левое полушария отвечают за разные сферы деятельности: одно за воображение и творчество, другое за логику и расчет. Правое полушарие обрабатывает одновременно большое число деталей, элементов, осуществляя одномоментное схватывание рассматриваемой «картины», левое же обрабатывает поступающую информацию поэлементно, производя анализ каждой отдельной порции.

Усиленное внимание школы к абстрактно-логическому является тормозом развития правого полушария по сравнению с левым, и поэтому у большего числа учеников интерес к алгебре и соответственно знания выше, чем к геометрии. Об этом свидетельствуют и результаты как олимпиад различного уровня, так и результаты ЕГЭ и ГИА по математике. Состояние геометрической составляющей в общей математической подготовке отражается и на соответствующей подготовке учителей математики.

Как известно, в 5–6-х классах происходит переход от наглядно-образного мышления к абстрактному, и геометрия как один из самых абстрактных разделов математики способствует развитию «правополушарной» способности к улавливанию множества связей предметов и явлений. По мнению психологов (И. С. Якиманская и др.) и методистов (В. А. Гусев, Г. Д. Глейзер, А. Я. Цукар и др.), систематический курс геометрии начинают изучать в школе позднее сензитивного (психологически благоприятного) периода для её изучения. Исследователи считают, что наглядно-образное мышление и воображение наиболее полно развиваются у обучающихся, начиная с младшего школьного возраста, а возраст 10–11 лет является самым подходящим для развития наглядно-образного мышления и воображения. Учитывая эту особенность (при взаимосвязанном изучении свойств плоских и пространственных фигур), нами выделены дидактические блоки: 1) куб – квадрат; 2) параллелепипед – прямоугольник.

Мы обобщили понятие «взаимопроникающие фигуры», применимое для одномерных, двухмерных и трехмерных фигур, введенное И. С. Якиманской для плоских (двумерных) фигур. «Взаимопроникающие фигуры», по ее мнению, те, которые имеют часть общей площади: одними своими частями они перекрывают друг друга, другими – не совпадают. «Взаимопроникающие фигуры» имеют часть общей длины (площади или объема).

Прорабатывая один и тот же материал, один ученик успешно использует словесную форму, другой – переводит его в графический образ и т. д. В связи с этим на основе учета отличия учащихся рассмотрены задачи: 1) на воображение без опоры на восприятие (*задачи*



на мысленное перемещение и реконструкцию геометрических фигур, заданных по описанию и т. д.); 2) на воображение с опорой на восприятие (на осмысление чертежа, перекраивание фигур и т. д.). Мы приведем примеры составленных таким образом задач (1–4); задачи 1.1.–1.2. (рис. 1, 2) являются одномерными и двумерными аналогами исходных. Все задачи являются приложением к логически организованному материалу. Таким образом, при разработке содержания мы учли сензитивный период для развития воображения.

Наибольший интерес вызывают задачи, в которых требуется самостоятельно составить, а затем и решить те, которые развивают идею исходных. Условие первой задачи (на воображение с опорой на восприятие) может быть сформулировано, таким образом, по усмотрению учителя, что ее можно отнести к задаче на воображение без опоры на восприятие (задача 4).

Задача 1. Рассмотрите внимательно рис. 1. Сколько взаимопроникающих фигур изображено на этом рисунке?

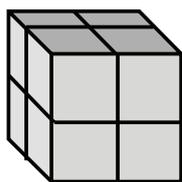


Рис. 1. Определение взаимопроникающих фигур

Задача 1.1. Представьте мысленно конфигурацию, являющуюся двумерным аналогом для данного куба, состоящую из сложенных в два слоя по четыре маленьких кубика. Из какой фигуры составлена эта конфигурация? Сосчитайте сколько в ней таких фигур.

Задача 1.2. Представьте мысленно конфигурацию, являющуюся одномерным аналогом для данного куба, состоящую из сложенных в два слоя по четыре маленьких кубика. Из какой фигуры составлена эта конфигурация? Сосчитайте сколько в ней таких фигур.

Такие задачи, в основном, предлагаются на геометрическом материале, где отдельные элементы фигур «взаимопроникают», т. е. часть одной фигуры или же фигура целиком входит в другую. Предлагая эти задачи, учитель обучает

школьников восприятию геометрических фигур через анализ, т. е. разбиение на части.

Задача 2. Рассмотрите внимательно рис. 2, а. Сколько взаимопроникающих фигур изображено на этом рисунке?

Задача 2.1. Подумайте, как связаны первые четыре фигуры (рис. 2, а).

Задача 2.2. постройте соответствующие три фигуры, которые точно так же связаны с первой фигурой (рис. 2, б).

Тематика этих заданий на поиск аналогий (греч. *analogos* – сходство, соответствие между предметами, явлениями и понятиями) соответствует курсу математики 5–6 классов; обучающимся можно также предложить дома составить и решить аналогичные задачи, используя другие фигуры, к примеру, прямоугольный параллелепипед.

Цепочка задач на подсчет кубов направлена, в первую очередь, на выявление геометрического зрения, уровней анализа и синтеза, алгоритмической культуры. Она построена таким образом, что при переходе к каждому последующему заданию увеличивается число искомых фигур (кубов, квадратов и т. д.).

Задача 3. Какое минимальное число плоских разрезов нужно сделать, чтобы разделить куб на 64 маленьких кубика? После каждого разреза разрешается перекладывать части куба как угодно.

Указание. Решение задачи можно показать учащимся и как связь со степенями (связь арифметики и геометрии): $64 = 8 \cdot 8 = 2^6$.

При разработке комплекса задач мы остановились в основном на тех, которые требуют проявления интуиции и сообразительности: они наилучшим образом характеризуют интеллектуальное развитие, особенности обучающихся рассматриваемой возрастной группы и дающих, на наш взгляд, большие возможности при расширении базы – математического развития и математических способностей, а в целом – для развития личности школьника.

Задача 4. Представьте мысленно конфигурацию, состоящую из сложенных в два слоя четырех маленьких кубиков. Сосчитайте сколько в ней кубов.

Роль пропедевтики геометрических знаний становится важной, поскольку в федеральных государственных образовательных стандартах общего образования второго поколения отмечено, что система математического образования в основной школе должна стать более динамичной за счет вариативной составляющей на всем протя-

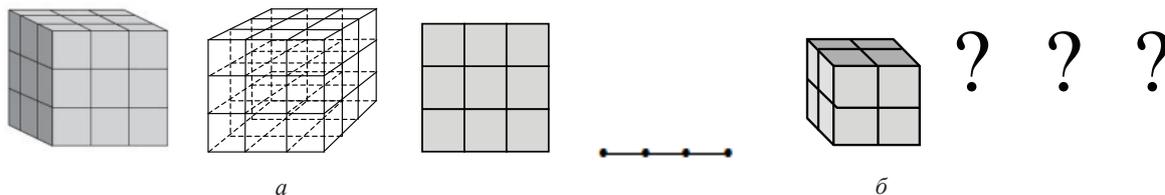


Рис. 2. Определение взаимопроникающих фигур и аналогий



жении второй ступени общего образования [8]. В примерной программе основного общего образования (математика) предусмотрено значительное увеличение активных форм работы, направленных на развитие личности школьника [9].

В курсе математики 1–6 классов недостаточно сведений о пространственных фигурах, поэтому обучающиеся основной школы должны быстро перестроить свою структуру психических операций и учиться мыслить в не привычном для них трехмерном пространстве, а в плоскости (к изучению стереометрии переходят только в 10-м классе).

Содержание курса должно включать и материал открытого типа, в частности предлагать открытые задачи, решение которых не однозначно, а подразумевает множество вопросов и соответственно множество ответов, т. е. неоднозначность решения или же неопределенное решение. Такое направление способствует, как показывает практика обучения геометрии в основной школе, формированию многозначности видения, в частности геометрического видения. Например, ученик посмотрел в окно и придумал задачу на применение разверток. Она может быть многоплановой (например, задачи на реальное или мысленное воссоздание разверток по конфигурации фигур или на воссоздание конфигураций фигур по их разверткам, на сопоставление разверток и т. д.) [10]. Такое содержание задач обладает практико-ориентированной направленностью при их решении ученики оперируют пространственными образами; происходит развитие практических, в том числе и графических умений обучающихся; появляются навыки самоконтроля, а также осуществляются внутрипредметные и межпредметные связи.

Отметим, что одна из особенностей содержания обучения отечественного образования, в отличие от западного (в том числе и математического), заключается в том, что оно менее приближено к реальной жизни. Ведь как свидетельствуют психолого-педагогические исследования, привлечь внимание школьника, наиболее эффективно сформировать его мотивацию можно, если содержание задач будет связано со знакомой учащимся обстановкой. Естественно, это направление начали отражать и при составлении олимпиадных заданий различного уровня, итоговых аттестаций в основной и старшей школе в форме ГИА и ЕГЭ.

Здесь имеет смысл рассматривать внутреннюю мотивацию, психическую по отношению к субъекту – обучающемуся, а не внешнюю (оценку или материальный стимул), обучение должно быть привлекательным для школьников, зависящим во многом от успешности их достижений, ученики могут испытывать чувство удовлетворения от изучения того или иного фрагмента предмета. Для этого обучающимся должны быть понятны цели, что достигается ориентацией процесса учения – от зоны актуального до зоны

ближайшего развития [11], которая достигается привлечением конкретно-исторического материала, использованием относящихся к математическому содержанию сведений, оказавших влияние на развитие математики и т. д.

Еще В. К. Беллюстин отмечал: «Теоретичность образования, не дающая возможность применения знания к делу, является вредным началом в современной системе образования, так как исключает возможность гармонического духовного развития человека, то есть параллельного развития ума, чувства, воли...» [12, с. 46]. В связи с этим необходимо представить геометрический материал в 5–6-х классах так, чтобы заинтересовать обучающихся, создать объективные предпосылки для формирования внутренней мотивации к изучению предмета, способствующей развитию личности школьника.

Заключение

Базовая геометрическая подготовка позволяет достичь более высокого уровня образования (все больше специальностей связано с непосредственным применением геометрии: физика, химия, техника, информатика и др.), в силу этого расширяется круг обучающихся, для которых математика, в частности геометрия, становится профессионально значимым предметом. Цели обучения математике в основной школе по новым стандартам, включая геометрическую пропедевтику, определяются ее ролью в развитии общества в целом, развитии интеллекта, формировании личности каждого школьника.

Библиографический список

1. Гусев В. А. Программа курса «Геометрия» для 5–11 кл. общеобразовательных учреждений. М., 2002. 32 с.
2. Глейзер Г. Д. Каким быть школьному курсу геометрии // Математика в школе. 1991. № 4. С. 68–74.
3. Столяр А. А. Педагогика математики. Минск, 1986. 414 с.
4. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача : пособие для учителей : в 2 ч. Ч. 1. М., 1982. 208 с.
5. Глейзер Г. И. История математики в школе. IX–X классы. М., 1983. 351 с.
6. Методика обучения геометрии : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / под ред. В. А. Гусева. М., 2004. 368 с.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. URL: <http://www.standart.edu.ru/> (дата обращения: 09.05.2013).
8. Примерные программы по учебным предметам. (Стандарты второго поколения). Математика 5–9 классы : проект. 2-е изд. М., 2011. 64 с.
9. Висутаева М. Б. Развитие «геометрического зрения» учащихся при решении задач на применение разверток многогранников // Математика в школе. 2012. № 4. С. 7–16.



10. Зайкин М. И. Развитие творческой инициативы учащихся при помощи геопланов // Математика в школе. 1996. № 4. С. 19–22.
11. Выготский Л. С. Воображение и творчество в детском возрасте : кн. для учителя. М., 1991. 90 с.
12. Беллюстин В. К. Положение инспектора народных училищ // Педагогический вестн. Московского учебного округа (средняя и низшая школа). 1912. № 3. С. 46.

Propaedeutic Learning of Geometry in the Fifth and Sixth Grade as a Foundation for School Students' Personal Development

Maret B. Visitaeva

Chechen Institute for Further Training of Educators
30, H. Kishievoy, Grozny, 364037, Chechen Republic, Russia
E-mail: maretvis@rambler.ru

Mihail I. Zaykin

Arzamas State Educational Institute
36, K. Marksa, Arzamas, 607220, Russia
E-mail: mzaykin@yandex.ru

The article discusses the problem of studying propaedeutics in geometry in the context of school student's personal development. It supplies analytical data regarding concepts, which support integrated learning of sterometry and planimetry. The author presents an original scheme for learning (applying) propaedeutics in the context of school students' personal development. At that, the author uses the term "interpenetrating figures", which was introduced by I. S. Yakimanskaya for flat, two dimensional solid figures. The term was specified by the author for three cases (one, two and three dimensional figures). Based on consideration of the differences between school students in their approach to solving geometrical problems, there are two types of problems: 1) problems aimed at imagination without any perceptive support; 2) problems aimed at imagination with perceptive support. The author comes to the conclusion that it is impossible to achieve high educational levels without basic training in geometry. Therefore, the circle of school students, that consider mathematics in general and geometry in particular to be professionally significant, widens.

Key words: propaedeutics in geometry; instructional blocks; interpenetrating figures; analogy, left and right brain; open problems, motivation; immediate and immediate development; personality of a school student.

References

1. Gusev V. A. *Programma kursa «Geometriya» dlya 5–11 kl. obshcheobrazovatel'nykh uchrezhdeniy* (The program of Geometry for 5–9 classes of general education institutions). Moscow, 2002. 32 p. (in Russian).
2. Gleyzer G. D. *Kakim byt' shkol'nomu kursu geometrii* (What kind of geometry school course to be). *Matematika v shkole* (Mathematics at school), 1991, no. 4, pp. 68–74 (in Russian).
3. Stolyar A. A. *Pedagogika matematiki* (Pedagogy of mathematics). Minsk, 1986. 414 p. (in Russian).
4. Froydental' G. *Matematika kak pedagogicheskaya zadacha : posobie dlya uchiteley* (Mathematics as a pedagogical task : the manual for teachers). In 2 parts. Part 1. Moscow, 1982. 208 p. (in Russian).
5. Gleyzer G. I. *Istoriya matematiki v shkole. IX–X klassy* (The history of mathematics at school. 9–10 classes). 351 p. Moscow, 1983 (in Russian).
6. *Metodika obucheniya geometrii : uchebnoe posobie dlya stud. vyssh. ped. ucheb. zavedeniy* (Methodic of teaching geometry : the study guide for students of teacher's universities). Ed. by V. A. Gusev. Moscow, 2004. 368 p. (in Russian).
7. *Federal'nyy gosudarstvennyy obrazovatel'nyy standart osnovnogo obshchego obrazovaniya* (The Federal State Standard of Base General Education). Available at: <http://www.standart.edu.ru/> (accessed 09 May 2013).
8. *Primernye programmy osnovnogo obshchego obrazovaniya. Matematika 5–9 klassy* (Exemplary programs of base general education). *Standarty vtorogo pokoleniya*. (Standards of the second generation). 2-nd edition. Moscow, 2010. 64 p. (in Russian).
9. Visitaeva M. B. *Razvitie «geometricheskogo zreniya» uchashchikhsya pri reshenii zadach na primenenie razvertok mnogogrannikov* (Development of pupil's "geometric sight" during solution of problems for using net). *Matematika v shkole* (Mathematics at school), 2012, no. 4, pp. 7–16 (in Russian).
10. Zaykin M. I. *Razvitie tvorcheskoj iniciativy uchashchihhsya pri pomoshhi geoplanov* (Development of pupils creative initiative with geometric plans). *Matematika v shkole* (Mathematics at school), 1996, no. 4, pp. 19–22.
11. Vygotsky L. S. *Voobrazhenie i tvorchestvo v detskom vozraste : kniga dlya uchitelya* (Imagination and creativity in childhood: the book for teacher). Moscow, 1991. 90 p. (in Russian).
12. Bellyustin V. K. *Polozhenie inspektora narodnykh uchilishch* (Proposition of peoples schools' controller). *Pedagogicheskiy vestnik Moskovskogo uchebnogo okruga (srednyaya i nizshaya shkola)* (The pedagogical report of Moscow educational district {secondary and elementary school}), 1912, no. 3, p. 46 (in Russian).